CAD u građevinarstvu

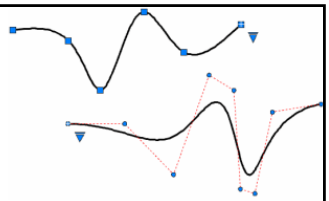
v.prof.dr. Samir Lemeš

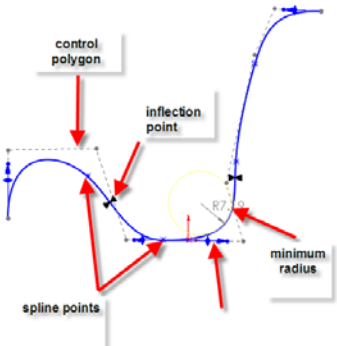
Predavanja za predmet
CAD u građevinarstvu

Politehnički fakultet
Univerziteta u Zenici, 2017.

Parametarske krive

- Krivulje
- Kontinuiteti
- Parametarske krivulje

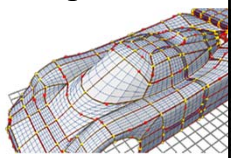




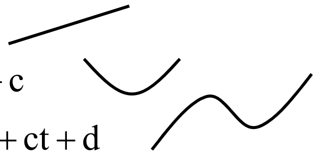
Haussmann zgrada u Parizu

Krivulje

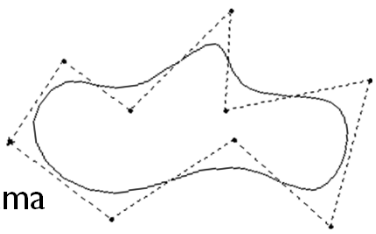
- Za crtanje
  složenijih geometrijskih oblika nisu dovoljni primitivi sastavljeni od ravnih i lučnih segmenata
- Koriste se parametarske krivulje.
- Krivulja se modelira kao polinom:
  x = x(t), y = y(t), z = z(t)
  gdje su x(), y(), z() polinomi, a t je parametar



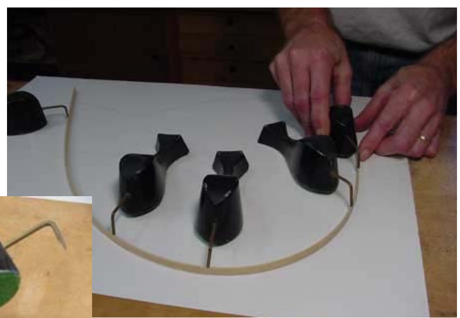
- Linearni: $f(t) = at + b$
- Kvadratni: $f(t) = at^2 + bt + c$
- Kubni: $f(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$



Krivulje



- Parametarske krivulje se definišu kontrolnim tačkama ili čvorovima
- **Kontrolne tačke** su set tačaka koje utječu na oblik krivulje
- **Čvorovi** su kontrolne tačke koje leže na krivulji

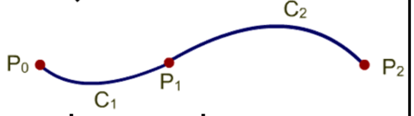


Kontinuiteti

- Zakrivljene linije i površine se ne mogu uvijek opisati linearnim, kružnim segmentima ili matematičkim funkcijama
- Krivulje se konstruišu povezivanjem krajeva više manjih segmenata, koji su najčešće opisani polinomima: $f(t)=at^3+bt^2+ct+d$
- Najčešće se koristi polinom 3. stepena
- Vrijednosti parametra "t" su u intervalu [0,1]
  - t = 0 – početak segmenta
  - t = 1 – kraj segmenta

Kontinuiteti

- **Kontinuitet** opisuje vezu, odnosno pravila o tome kako se vrši povezivanje, a može biti:
  - Parametarski kontinuitet
  - Geometrijski kontinuitet



- Parametarski kontinuitet je koncept koji opisuje promjenu vrijednosti parametra duž krivulje
- Parametarski kontinuitet se može uporediti s krivuljom koja opisuje kretanje objekta, i u tom slučaju vrijeme predstavlja parametar "t"
- Promjena se opisuje izvodima

Kontinuiteti

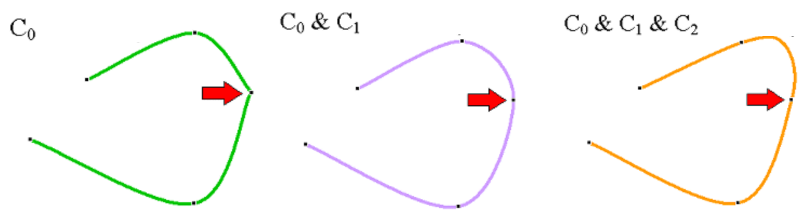
- Prvi izvod (derivacija) polinoma koji opisuje segment krivulje predstavlja tangentu na tu krivulju.

$$\mathbf{x} = \mathbf{a}t^3 + \mathbf{b}t^2 + \mathbf{c}t + \mathbf{d} \qquad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = 3\mathbf{a}t^2 + 2\mathbf{b}t + \mathbf{c}$$

- Analogija:
  - Brzina je prvi izvod pređenog puta
  - Ubrzanje je drugi izvod pređenog puta, odnosno prvi izvod brzine
- Kontinuitet predstavlja pokazatelj zakrivljenosti krivulje na prelazu segmenata

Kontinuiteti

- Parametarski kontinuitet može imati vrijednosti:
  - C^{-1}: krivulje imaju prekide (diskontinuitete)
  - C^0: krivulje su spojene (imaju zajedničku tačku)
  - C^1: prvi izvodi krivulja su jednaki
  - C^2: prvi i drugi izvodi krivulja su jednaki
  - C^n: izvodi od prvog do n-tog su jednaki

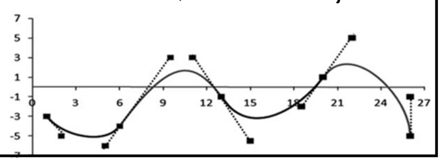


Kontinuiteti

- Geometrijski kontinuitet se definiše:
  - G^0 kontinuitet predstavlja neprekidnost krivulje u tački dodira segmenata
  - G^1 kontinuitet podrazumijeva zajednički pravac vektora tangente u tački dodira segmenata.
  - G^2 kontinuitet podrazumijeva da segmenti imaju zajednički centar zakrivljenosti u tački dodira
- Smjer (ne obavezno i intenzitet) tangenti se poklapa, odnosno vrijednosti tangenti na krajevima dva segmenta su proporcionalne
- Parametarski kontinuitet implicira geometrijski, dok obrnuto ne mora da vrijedi

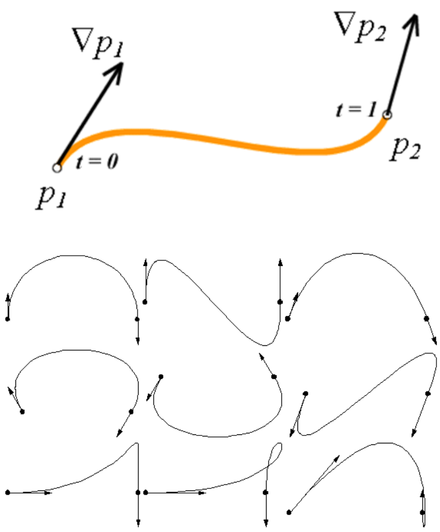
Kontinuiteti

- Da bi se osigurao C_2 kontinuitet, polinomi koji opisuju segmente moraju biti najmanje 3. reda.
- Vrste parametarskih krivulja 3. reda:
  - Hermit krivulje - dvije krajnje tačke i dva vektora tangenti u krajevima
  - Bezier krivulje - dvije krajnje tačke i dvije druge tačke koje definišu vektore tangenti u krajevima
  - Splajnovi (*spline*) - četiri kontrolne tačke
    - C_1 i C_2 kontinuitet u tačkama dodira
    - Približavaju se svojim kontrolnim tačkama, ali ih ne moraju uvijek dodirnuti



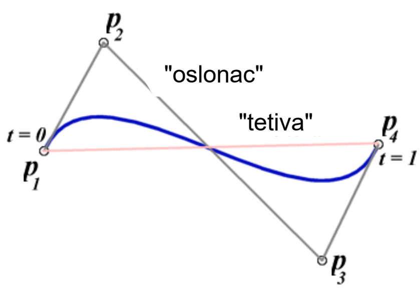
Parametarske krivulje

- Hermit forma za definisanje krivulja trećeg reda: segment krivulje je definisan pomoću 2 krajnje tačke i 2 vektora tangenti na krajevima
- Postoji problem određivanja intenziteta tangenti



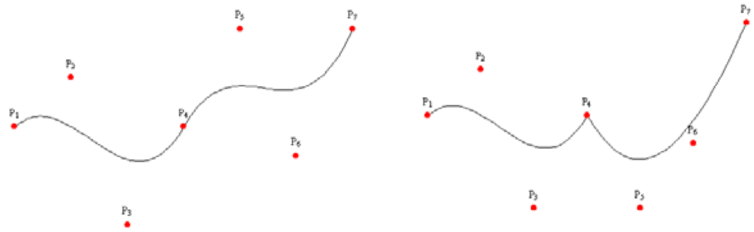
Parametarske krivulje

- Bézier forma rješava problem određivanja intenziteta vektora tangenti tako što te vektore zamjenjuje početnim i krajnjim tačkama
- Četiri kontrolne tačke, od kojih su dvije čvorovi
- Kod Hermit i Bézier krivulja, pomjeranjem samo jedne kontrolne tačke utječe se na cijelu krivulju.



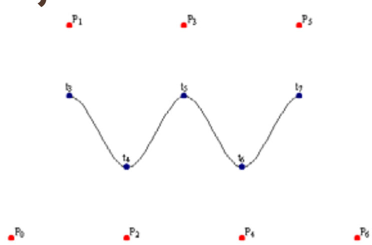
Parametarske krivulje

- Ako nema C_1 kontinuiteta, pomjeranjem tačke P_5 gubi se "glatki prelaz" između segmenata:

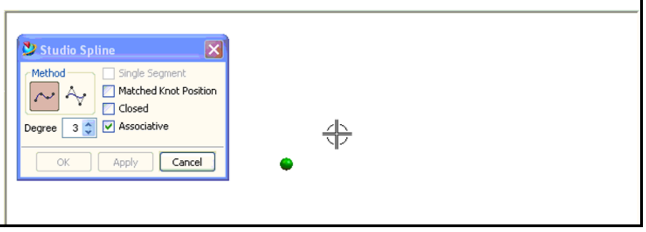


- Par parametarskih kubnih krivulja s C_2 kontinuitetom naziva se *B-spline* (B-splajn)

Parametarske krivulje

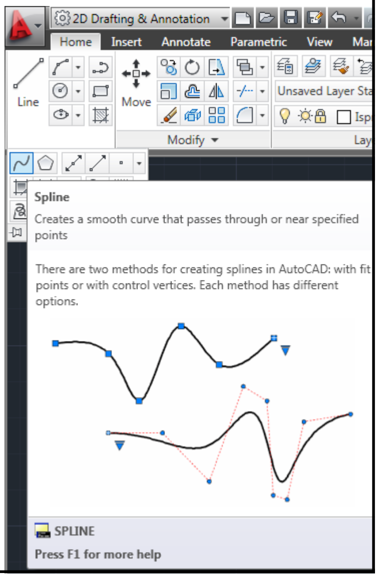


- Kod B-splajna, svaka kontrolna tačka utječe na 4 segmenta krivulje
- Uniformni B-splajn ima sve segmente iste dužine
- NeUniformni, Racionalni B-Splajnovi (NURBS) mogu imati segmente različitih dužina



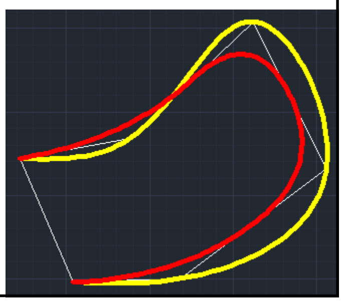
Parametarske krivulje

- Za crtanje NURBS parametarskih krivulja koristi se naredba SPLINE.
- Koriste se dvije metode konstruisanja krivulja:
  - Fit Points
  - Control Vertices



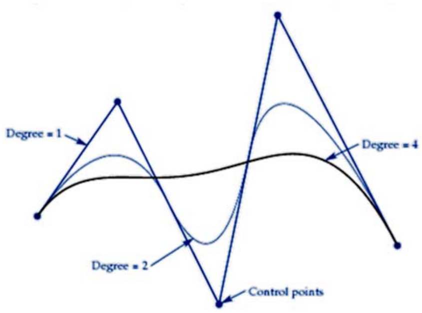
Parametarske krivulje

- Metoda FIT POINTS kreira krivulju kroz čvorove (izabrane tačke leže na krivulji)
- Metoda CONTROL VERTICES (CV) kreira krivulju tako da izabrane tačke predstavljaju kontrolne tačke NURBS krivulje (ne leže na krivulji nego definišu poligon gabarita).



Parametarske krivulje

- Promjena stepena krivulje (*Degree*) utječe na oblik krivulje, a predstavlja stepen polinoma koji je definiše.
- D=1
  $a \cdot t + b$
- D=2
  $a \cdot t^2 + b \cdot t + c$
- D=3
  $a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$



Parametarske krivulje

- Kontrolne tačke i čvorovi (*Vertex*) se mogu naknadno pomjerati.