CAD u građevinarstvu

v.prof.dr. Samir Lemeš

Predavanja za predmet
CAD u građevinarstvu

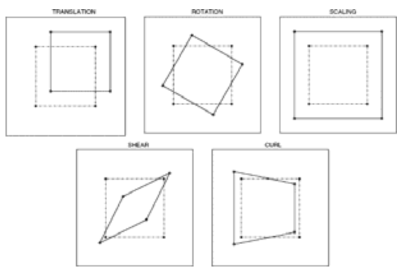
Politehnički fakultet
Univerziteta u Zenici, 2017.

Geometrijske transformacije

- Homogene koordinate
- 2D translacija
- 2D rotacija
- 2D skaliranje
- 3D translacija
- 3D rotacija
- 3D skaliranje

Homogene koordinate

- Uobičajene transformacije u računarskoj grafici: translacija, rotacija, skaliranje, projekcije, lakše se izvode ako se koriste homogene koordinate, jer se onda te transformacije mogu implementirati u obliku operacija s matricama.
- Homogene koordinate je uveo Möbius 1827.
- Prednost je u tome što se sve tačke mogu prikazati konačnim brojevima (čak i ∞)

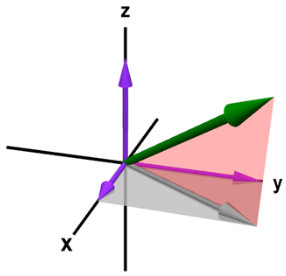


Homogene koordinate

- Prikaz velikih realnih brojeva rješava se plivajućim zarezom (*floating point*): 3.450.000.000 = $3{,}45 \cdot 10^9$ = 3,45E+09
- Nijedan programski jezik ne može predstaviti vrijednost ∞ u binarnom obliku.
- U homogenim koordinatama, prikaz tačke parom brojeva (x,y) se zamjenjuje prikazom sa tri tačke (x:y:h)
- Homogena koordinata h=0 daje tačke "u beskonačnosti"

Homogene koordinate

- Proizvod skalara (≠0) i homogene koordinate daje istu tačku: (2:3:5) = (4:6:10)
- To znači da se ista tačka može predstaviti sa više različitih homogenih koordinata.
- Bar jedna homogena koordinata mora biti različita od nule; (0:0:0) nije dozvoljena.



Homogene koordinate

- $V(x, y) \rightarrow X(x' : y' : h)$ ili $X(x_1 : x_2 : x_3)$
$$x = \frac{x_1}{x_3} \; y = \frac{x_2}{x_3}$$
- Implicitni oblik jednačine pravca:
$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$$
- Uvođenje homogene koordinate:
$$a \cdot \frac{x_1}{x_3} + b \cdot \frac{x_2}{x_3} + c = 0$$
- Homogena jednačina:
$$a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 = 0$$
- U matričnom obliku:
$$a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c \cdot x_3 = [a \quad b \quad c] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

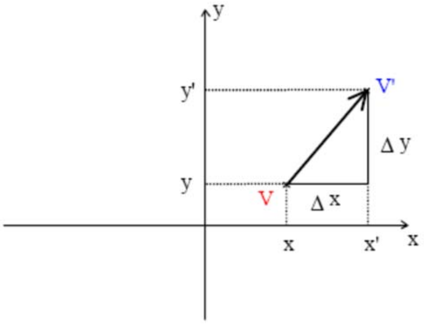
2D translacija

$$x' = x + \Delta x$$
$$y' = y + \Delta y$$

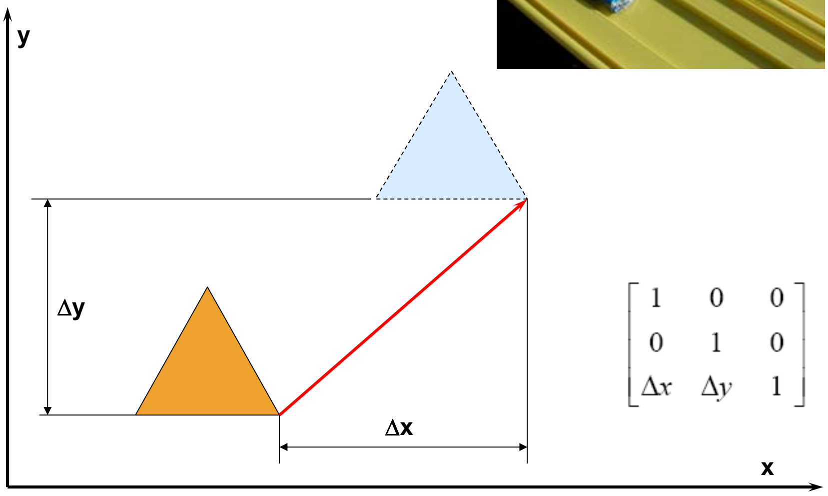
$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{V'} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{T}$

T- matrica translacija

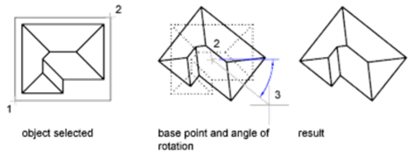


2D translacija



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & 1 \end{bmatrix}$$

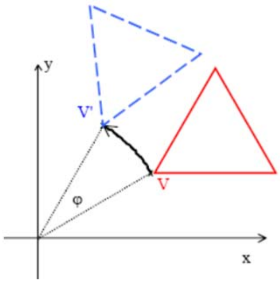
2D rotacija



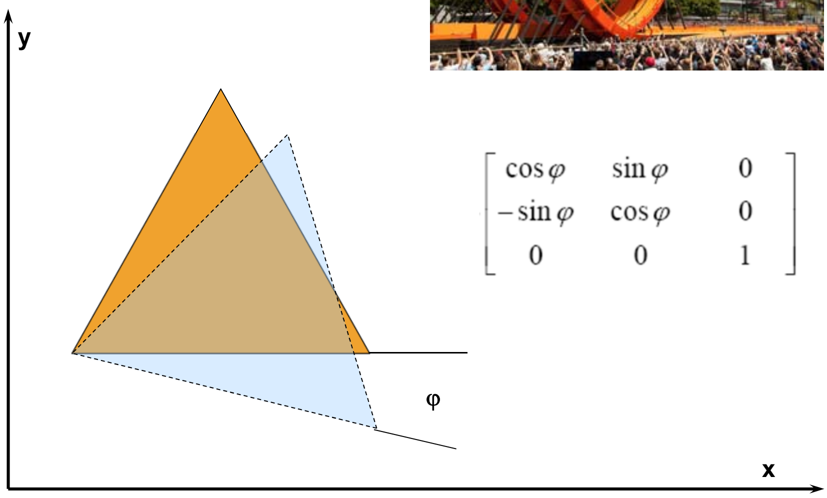
$$x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi$$

$$y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}' = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}$$



2D rotacija



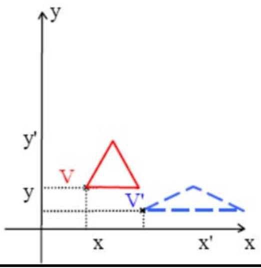
$$\begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

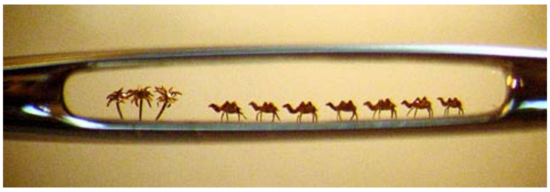
2D skaliranje

$$x' = x\,s_x$$
$$y' = y\,s_y$$

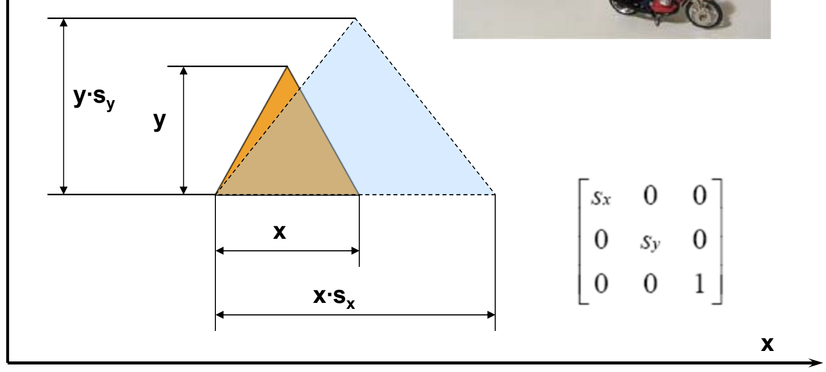
$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{V'} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{S}$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





2D skaliranje



$$\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

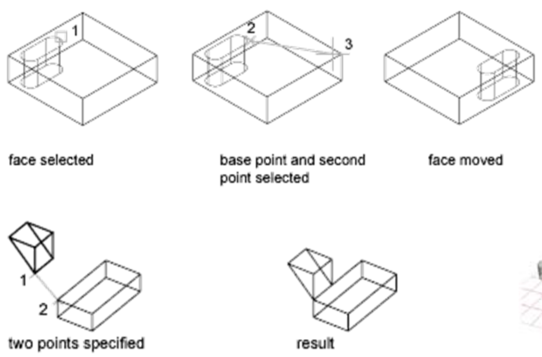
3D translacija

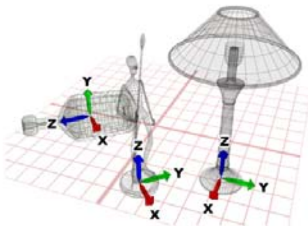
- $T(d_x, d_y, d_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + d_x \\ y + d_y \\ z + d_z \\ 1 \end{bmatrix}$

3D translacija

- Translacija se koristi za pomjeranje koordinatnog početka lokalnog koordinatnog sistema.

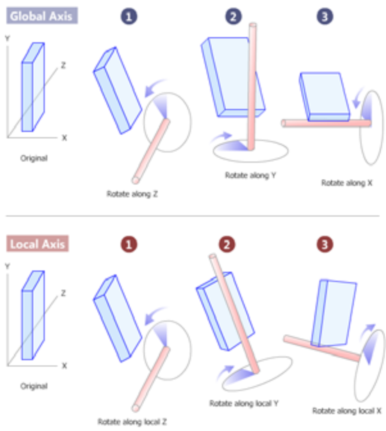




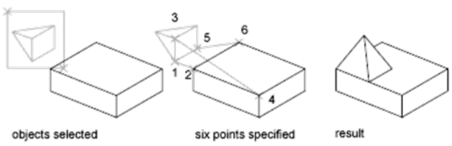
3D rotacija

- Matrica koordinata tačke se množi matricama za rotaciju oko ose x, y ili z:
- $R_z(\varphi) = \begin{bmatrix} cos\varphi & -sin\varphi & 0 & 0 \\ sin\varphi & cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $R_y(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\varphi & -sin\varphi & 0 \\ 0 & sin\varphi & cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $R_y(\varphi) = \begin{bmatrix} cos\varphi & 0 & sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin\varphi & 0 & cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3D rotacija



- Rotacija u ravni: oko tačke
- Rotacija u prostoru: oko ose
- U kombinaciji s translacijom, vrši se poravnanje osa lokalnog i globanog koordinatnog sistema (*alignment*).

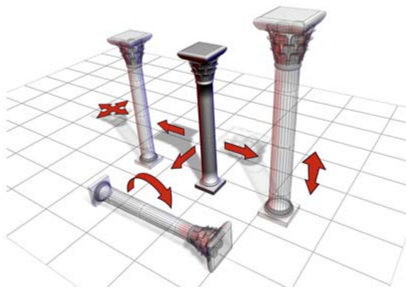


3D skaliranje

- $S(s_x, s_y, s_z) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- $\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot s_x \\ y \cdot s_y \\ z \cdot s_z \\ 1 \end{bmatrix}$

3D skaliranje



- Za sve transformacije neophodno je definisati fiksnu tačku.
- Negativni faktor skaliranja koristi se za modeliranje simetrične kopije (*mirror*).